

1334 浮遊剛体リンク系の衝突運動の定式化

東京工業大学 ○ 吉田 和哉, 倉爪 亮, 指田 直毅, 梅谷 陽二

Modeling of Collision Dynamics of Free-Flying Rigid Link Systems

Kazuya YOSHIDA Ryo KURAZUME Naoki SASHIDA Yoji UMETANI
Tokyo Institute of Technology

1 まえがき

地球周回軌道上でマニピュレーションを行う宇宙ロボットは、浮遊リンク系の力学と制御という観点から興味深い問題を提起している。宇宙ロボットが、軌道上に浮遊し相対運動をするターゲットを捕獲する問題を考えると、次の3つのフェーズに問題を整理することができる。

1. 宇宙ロボットによるターゲットの追跡
2. ロボットハンドとターゲットが接触・把持する瞬間
3. ターゲット捕獲後の宇宙ロボット系の運動

このときの力学量の変化の様子を模式的に示すならば、Fig.1 のようになる。

近年、宇宙ロボットの運動制御の研究が盛んに行われているが、これらはいづれも第1のフェーズにおいて、いかにマニピュレータを制御するかに着眼が置かれたものであった。しかしながら、たとえば第2フェーズの問題として、マニピュレータによる捕獲の瞬間にハンドとターゲットの運動を完全に一致させることができない場合、両者の間に衝撃力を生じるが、どの程度の相対誤差がどのくらいの大きさの衝撃力を生じるのかを明らかにすることは、宇宙ロボットの実現のために避けることのできない検討課題である。また、仮に宇宙ロボットが初期状態において運動量を持たずに静止していたとしても、相対運動をするターゲットを捕獲した後には運動量を持つことになり、これをどのように制御すべきかという問題は、第3フェーズにおける主要な課題で

ある。本論文では、これらの問題を扱うための足がかりとして、浮遊剛体リンク系が剛体と衝突する際の力学関係を、拡張逆慣性行列という新しい概念を用いて明らかにすることを目的とする。

この問題に対する先駆的な取り組みとして、文献1)-3)が挙げられる。文献1)は、フェーズ2においてハンドに生じる衝撃力をセンスし、これをもとにフェーズ3のシミュレーションを行なおうとするものであり、また文献2)は接触力を準静的に制御しようとする試みである。しかしながら、フェーズ2は非常に短時間の現象であり、このときに接触点に作用する力を正確に把握することは困難である。そこで筆者らは、全てのフェーズを通して宇宙ロボットとターゲットを合わせた全運動量が保存されることに注目し、フェーズ2における力学関係を計測することなしに、フェーズ1とフェーズ3の運動状態を直接的に結び付ける関係を明らかにする。

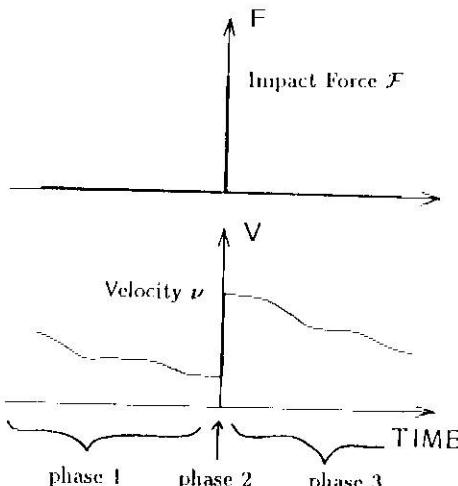


Fig.1 Three phases in collision problem

2 浮遊剛体リンク系の運動学・動力学

本論文では、Fig.2 に示すように、 $n+1$ 節の直列リンクからなる浮遊剛体リンク系Aと、剛体Bの2体問題を考える。

主な記号を以下のように定義する。

n	: リンク系Aの関節の数
m_i	: リンク i の質量
w	: リンク系A全体の質量 ($w \equiv \sum_{i=0}^n m_i$)
$\mathbf{I}_i \in R^{3 \times 3}$: リンク i の重心まわりの慣性テンソル
$\mathbf{r}_{gi} \in R^3$: リンク系A全体の重心からリンク i の重心へ至る位置ベクトル
$\mathbf{r}_{gh} \in R^3$: リンク系A全体の重心からハンド(力の作用点)へ至る位置ベクトル
$\mathbf{v}_h \in R^3$: リンク系Aのハンドの並進速度
$\omega_h \in R^3$: リンク系Aのハンドの角速度
$\phi \in R^n$: リンク系Aの関節変数ベクトル = $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)^T$
$\tau \in R^n$: リンク系Aの関節トルクベクトル = $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$
m_b	: 剛体Bの質量
$\mathbf{I}_b \in R^{3 \times 3}$: 剛体Bの重心まわりの慣性テンソル
$\mathbf{r}_{bc} \in R^3$: 剛体Bの重心から力の作用点へ至る位置ベクトル
$\mathbf{E} \in R^{3 \times 3}$: 3×3 単位行列

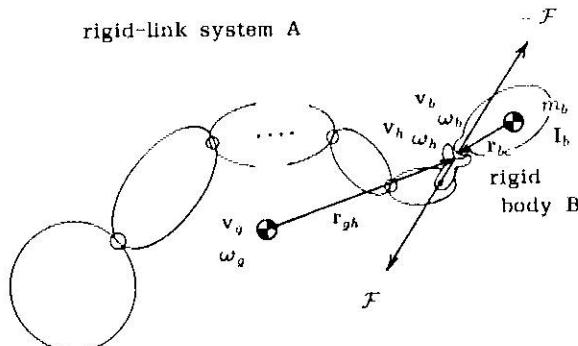


Fig.2 A serial rigid-link system and a rigid body

ただし、 $i = 0, \dots, n$ であり、ベクトル、テンソルは全て慣性座標系のもとに記述されるものとする。また、演算記号 $\hat{\cdot}$ は、ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ に対し

$$\hat{\mathbf{r}} \equiv \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

なる外積演算を表すものとする。

いま、一般的に浮遊リンク系Aがもつ運動量の総和が0でなく、その重心がそれぞれ \mathbf{v}_g, ω_g なる並進速度、角速度をもつと仮定する。浮遊リンク系Aの重心回りに定義されるリンク系全体の並進および角運動量を、それぞれ $\mathbf{P}_g, \mathbf{L}_g$ とすると、次のような関係がなりたつ。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_g \\ \mathbf{L}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w\mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_g \\ \omega_g \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、

$$\mathbf{I}_g \equiv \sum_{i=0}^n (\mathbf{I}_i - m_i \bar{\mathbf{r}}_{gi} \bar{\mathbf{r}}_{gi}) \in R^{3 \times 3} \quad (3)$$

は、浮遊リンク系A全体の重心回り慣性テンソルである。

また、このときのリンク系のハンドの運動学関係式は、次のように書くことができる²⁾。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{pmatrix} = \mathbf{J}^* \dot{\phi} + \mathbf{R}_h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_g \\ \omega_g \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで、

$$\mathbf{R}_h \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{E} & -\bar{\mathbf{r}}_{gh} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (5)$$

であり、 $\mathbf{J}^* \in R^{6 \times n}$ は一般化ヤコビ行列⁴⁾である。

さらに加速度関係を考えると、(4)式を時間微分して次式のようになる。

$$\alpha_h \equiv \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_h \\ \dot{\omega}_h \end{pmatrix} = \mathbf{J}^* \ddot{\phi} + \mathbf{J}^* \dot{\phi} + \dot{\mathbf{R}}_h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_g \\ \omega_g \end{pmatrix} + \mathbf{R}_h \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_g \\ \dot{\omega}_g \end{pmatrix} \quad (6)$$

一方、考えている浮遊リンク系Aの運動方程式は、次のような形式で表すことができる。

$$\tau = \mathbf{H}^* \ddot{\phi} + \mathbf{c}^*(\phi, \dot{\phi}) \quad (7)$$

3 拡張逆慣性行列

いま、浮遊リンク系Aのハンド部分に外力 $\mathcal{F} = (\mathbf{f}_h^T, \mathbf{n}_h^T) \in R^6$ が作用する場合を考える。この外力

の作用により、リンク系Aのもつ運動量が変化するが、その様子は(2)式の微分関係を用いて

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{P}}_g \\ \dot{\mathbf{L}}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w\mathbf{E} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_g \\ \dot{\omega}_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_g \times \mathbf{I}_g \omega_g \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \mathbf{E} & 0 \\ \bar{\mathbf{r}}_{gh} & \mathbf{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{n}_h \end{pmatrix} \quad (8)$$

と表すことができる。一方、外力 \mathcal{F} とリンク系Aの内力 τ とのつりあい関係は、次のように書くことができる。

$$\tau = \mathbf{J}^{*T} \mathcal{F} \quad (9)$$

(9)式に、(6)(7)(8)式を代入して整理すると、以下のような関係式を得ることができる。

$$\alpha_h = \mathbf{G}^* \mathcal{F} + \mathbf{d}^* \quad (10)$$

ただし、

$$\mathbf{G}^* \equiv \mathbf{J}^* \mathbf{H}^{*-1} \mathbf{J}^{*T} + \mathbf{R}_h \mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{R}_h^T \in R^{6 \times 6} \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_a \equiv \begin{pmatrix} w\mathbf{E} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_g \end{pmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (12)$$

であり、 \mathbf{d}^* は速度の2乗に依存する微小項である。
(10)式は、外力 \mathcal{F} に対するリンク系Aのハンド部分の運動方程式であり、ここに現れる逆慣性行列 \mathbf{G}^* は、この力学現象を記述する上での重要な役割を果たすものである。山田ら²⁾は、(10)式と同様の方程式を導いているが、 \mathbf{G}^* に相当する行列には特別な呼称を与えていない。そこで本論文では、この行列の重要性を指摘するとともに、「拡張逆慣性行列」と呼ぶことを提倡する。(11)に定義される拡張逆慣性行列 \mathbf{G}^* は、地上用マニピュレータに定義される従来の逆慣性行列 $\mathbf{G} = \mathbf{J} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J}^T$ の拡張概念としてとらえることができる。

4 拡張逆慣性行列を用いた衝突運動の定式化

本節では、剛体Bが浮遊リンク系Aのハンドに衝突することにより、両者の間に力 \mathcal{F} が作用する場合を考える。

衝突の瞬間の浮遊リンク系Aおよび剛体Bの運動方程式は、それぞれ

$$\mathcal{F} = \mathbf{G}^{*-1} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_h \\ \dot{\omega}_h \end{pmatrix} + \mathbf{d}^{*!} \quad (13)$$

$$-\mathcal{F} = \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_b \\ \dot{\omega}_b \end{pmatrix} \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{M}_b \equiv \begin{pmatrix} m_b \mathbf{E} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_b \end{pmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_b \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{E} & -\bar{\mathbf{r}}_{bh} \\ 0 & \mathbf{E} \end{pmatrix} \in R^{6 \times 6} \quad (16)$$

である。衝突の前後では2体間の全運動量が保存され、「剛体Bの失った運動量=リンク系Aのハンドに作用した力積」という関係が成り立つ。衝突後の速度を'をつけて表すと、次式のように書くことができる。

$$\mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}_b \\ \omega_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{pmatrix} \right\} = \int \mathcal{F} dt \quad (17)$$

(14)式において、速度2乗項 $\mathbf{d}^{*!}$ が十分小さくその影響が無視しうると仮定すると、力積 $\int \mathcal{F} dt$ の作用によりリンク系Aのハンドの運動は、

$$\int \mathcal{F} dt = \mathbf{G}^{*-1} \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{v}'_h \\ \omega'_h \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{pmatrix} \right\} \quad (18)$$

となる。(17)(18)式をまとめると、

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{pmatrix} + \mathbf{G}^{*-1} \begin{pmatrix} \mathbf{v}'_h \\ \omega'_h \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_b \\ \omega_b \end{pmatrix} + \mathbf{G}^{*-1} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

という関係式を得る。この関係式は、「衝突後の運動量=衝突前の運動量」という形式をしており、拡張逆慣性行列 \mathbf{G}^* は、浮遊リンク系A全体の慣性特性を力の作用点であるハンドに集約して代表させる働きをしている。

なお、筆者らはこれまでに「仮想質量」の概念を宇宙用に拡張し、 \mathbf{F}_h の作用線成分について類似の定式化を行ってきたが³⁾、(19)式は、これを一般的に \mathcal{F} が作用する場合に拡張したものである。

以上の定式化は、一般的にリンク系Aが慣性系に浮遊し、その関節がフリーの場合のものであるが、特殊な場合として次の二つの例を考えてみよう。

4.1 リンク系の関節運動固定の場合

まず、リンク系Aの関節が全てロックされており外力の作用により関節運動が生じない場合を考えて

みよう。このときの拡張逆慣性行列は

$$\mathbf{G}^* = \mathbf{R}_h \mathbf{M}_a^{-1} \mathbf{R}_h^T \quad (20)$$

となり、(19)は次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{array} \right) + \mathbf{R}_h^{-T} \mathbf{M}_a \mathbf{R}_h^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_h \\ \omega'_h \end{array} \right) \\ & = \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_b \\ \omega_b \end{array} \right) + \mathbf{R}_h^{-T} \mathbf{M}_a \mathbf{R}_h^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{array} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

この式は、2つの剛体が出会ったときの衝突運動を表している。

4.2 リンク系の一端が地上に固定されている場合

次に、関節はフリーであるがリンク系の一端が地上に固定されている場合を考えよう。これは、ハンドと反対の端であるリンク0の慣性が無限大である場合に相当し、このときの拡張逆慣性行列は、地上マニピュレータのヤコビ行列と慣性行列を用いて、

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^* &= \mathbf{J} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J}^T \\ &= \mathbf{G} \end{aligned} \quad (22)$$

となり、(19)は次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{array} \right) + \mathbf{G}^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_h \\ \omega'_h \end{array} \right) \\ & = \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_b \\ \omega_b \end{array} \right) + \mathbf{G}^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{array} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

これは、地上固定のマニピュレータに剛体が衝突したときの関係式である。

5 浮遊移動ターゲットの捕獲問題

(19)式の定式化を、剛体リンクからなる宇宙ロボットAが、相対運動をするターゲット剛体Bを捕獲、把持する場合(Fig.3)に適用してみよう。

ハンド部に取り付けられたグリッパにより、ターゲットを瞬時に剛に把持できると仮定すると、

$$\left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_h \\ \omega'_h \end{array} \right) \quad (24)$$

であるから、これを(19)式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}'_b \\ \omega'_b \end{array} \right) = \left(\mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} + \mathbf{G}^{*-1} \right)^{-1} \\ & \{ \mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_b \\ \omega_b \end{array} \right) + \mathbf{G}^{*-1} \left(\begin{array}{c} \mathbf{v}_h \\ \omega_h \end{array} \right) \} \end{aligned} \quad (25)$$

このように、捕獲直前の速度条件および慣性パラメータ $\mathbf{R}_b^{-T} \mathbf{M}_b \mathbf{R}_b^{-1}, \mathbf{G}^*$ を知ることにより、作用力 \mathcal{F} を陽に知ることなく、捕獲直後の運動状態を求めることができる。

6 あとがき

上の(25)式を用いると、文献1)のようなハイブリッドシミュレーションを行う場合、実際の衝撃力計測を行わなくても捕獲直後のロボットハンドの速度を理論的に導くことができる。これに継続しフェーズ3の運動をシミュレートするためには、(25)式によって求められる速度を初期条件とし、外力0の条件のもとで運動方程式を解いてゆけばよい。

参考文献

- [1] 下地, 井上, 上原: "6軸サーボ機構を用いた宇宙ロボット用シミュレータシステム", 日本ロボット学会誌, vol.8, No.2, pp.144-151 1990.
- [2] K.Yamada, K.Tsuchiya: "Force Control of a Space Manipulator", Proc. i-SAIRAS'90, Kobe, Japan, pp.255-258, 1990.
- [3] 梅谷, 吉田, 井上: "マニピュレータを有する衛星による浮遊物体の捕獲—その9:仮想質量を用いた物体捕獲時の衝突運動解析ー", 第28回計測自動制御学会学術講演会予稿集, pp.275-276, 1989.
- [4] 梅谷, 吉田: "一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用ロボットマニピュレータの分解速度制御", 日本ロボット学会誌, vol.7, No.4, pp.63-73 1989.

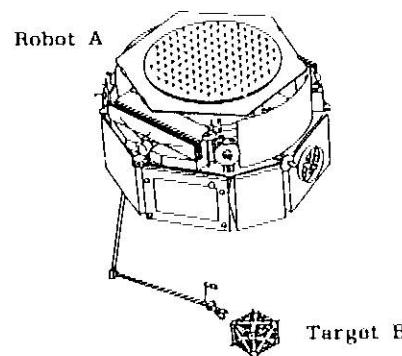


Fig.3 Target capture operation by a space robot