

# 2111 複数腕を持つフリーフライングロボットの運動制御 その1：モデリングとヤコビ行列の定式化

東京工業大学 吉田 和哉, ○倉爪 亮, 梅谷 陽二

Control of Free-Flying Robot with Multiple Manipulators  
( Pt.I : Modeling and Formulation of Generalized Jacobian )

Kazuya Yoshida, Ryo Kurazume, and Yoji Umetani

Tokyo Institute of Technology

## 1 まえがき

宇宙ロボットは、将来の宇宙開発において、宇宙ステーションのような大規模構造物の建設、故障衛星の回収や修理等の作業に不可欠であり、その開発が進められている。

軌道上作業をおこなうフリーフライングロボットは、Fig.1 のように複数の腕を持ち、これらを協調してさまざまなミッションを行うことが検討されている[1]。

本研究では、このような複数のマニピュレータームを搭載するフリーフライング宇宙ロボットの運動制御問題について、系統的に取り扱ってゆく。今回はモデリングと定式化について述べ、分解速度制御および分解加速度制御などの基礎となるヤコビ行列の導出について示す。

## 2 モデリングと一般化ヤコビ行列の導出

### 2.1 複数腕を持ったフリーフライングロボットのモデリングと仮定

本論文では基礎的なモデルとして、台座衛星(ロボット本体)に  $l$  個のロボットアームを搭載した閉ループ・ツリー構造の剛体リンク系を考える。この系は慣性空間に浮遊し、外力は作用せず運動量保存

関係が成り立つものとする。

各アームには、それより 1 から  $n_k$  まで番号を付ける。アーム  $k$  を構成している各リンクには衛星本体側から 1 より  $n_k$  まで番号をつけ、リンク  $i$  とリンク  $i+1$  の間の関節を関節  $i$  とする。またアーム  $k$  に関するパラメータであることを明示するために、 $\phi_i^k$  のように右肩に添え字を付ける。

関節変数を

$$\Phi = (\phi_1^1, \dots, \phi_{n_1}^1, \phi_1^2, \dots, \phi_{n_2}^2, \dots, \phi_1^l, \dots, \phi_{n_l}^l)^T$$

と定義し、この系は各関節に加えられるトルク

$$\tau = (\tau_1^1, \dots, \tau_{n_1}^1, \tau_1^2, \dots, \tau_{n_2}^2, \dots, \tau_1^l, \dots, \tau_{n_l}^l)^T$$

によって駆動されるものとする。

### 2.2 記号

本論文で使用する主な記号を以下に示す。これらのベクトル、テンソル等は、すべて慣性座標系に対して表示されるものとする。

$l$	: アームの数
$n_k$	: アーム $k$ の関節の数
$n$	: 全てのアームの関節の総数 ( $n = \sum_{k=1}^l n_k$ )
$\mathbf{k}_i^k \in \mathbb{R}^3$	: アーム $k$ の関節 $i$ の回転軸を表す 方向ベクトル

$r_i^k \in R^3$	: 惯性座標系の原点からアーム $k$ のリンク $i$ の重心へ至る位置ベクトル
$r_g \in R^3$	: 惯性座標系の原点からロボット衛星系全体の重心へ至る位置ベクトル
$p_i^k \in R^3$	: 惯性座標系の原点からアーム $k$ の関節 $i$ へ至る位置ベクトル
$p_r^k \in R^3$	: 惯性座標系の原点からアーム $k$ のハンドへ至る位置ベクトル ( $p_r^k \equiv p_{n+1}^k$ )
$l_i^k \in R^3$	: アーム $k$ の関節 $i$ から関節 $i+1$ (もしくはハンド) を指すベクトル ( $l_i^k = p_{i+1}^k - p_i^k = a_i^k + b_i^k$ )
$a_i^k \in R^3$	: アーム $k$ の関節 $i$ からリンク $i$ の重心位置を指すベクトル
$b_i^k \in R^3$	: アーム $k$ のリンク $i$ の重心位置から関節 $i+1$ (もしくはハンド) を指すベクトル
$v_0 \in R^3$	: 惯性座標系の原点からみた台座衛星重心の並進速度 ( $v_0 \equiv \dot{r}_0$ )
$v_r^k \in R^3$	: 惯性座標系の原点からみたアーム $k$ のハンドの並進速度 ( $v_r^k \equiv \dot{p}_r^k$ )
$\phi_i^k$	: アーム $k$ の関節 $i$ の回転角
$\omega_i^k \in R^3$	: 惯性座標系からみたアーム $k$ のリンク $i$ の重心まわりの回転角速度
$\tau_i^k$	: アーム $k$ の関節 $i$ の駆動トルク
$m_i^k$	: アーム $k$ のリンク $i$ の質量
$w$	: ロボット衛星系全体の質量
$J_i^k \in R^{3 \times 3}$	: アーム $k$ のリンク $i$ の重心まわりの慣性テンソル
$P \in R^3$	: 慣性系からみた全系の並進運動量
$L \in R^3$	: 慣性系からみた全系の角運動量
$E \in R^{3 \times 3}$	: $3 \times 3$ 単位行列
$r_{0g}^k \equiv r_g^k - r_0^k$	
$r_{0i}^k \equiv r_i^k - r_0^k$	
$r_{gi}^k \equiv r_i^k - r_g^k$	
$p_{0r}^k \equiv p_r^k - r_0^k$	
(ただし, $i = 1, \dots, n_k$ , $k = 1, \dots, l$ である.)	

また,  $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$  なるベクトルに対して, 演算記号  $\bar{\mathbf{r}}$  を

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

のように定義する。

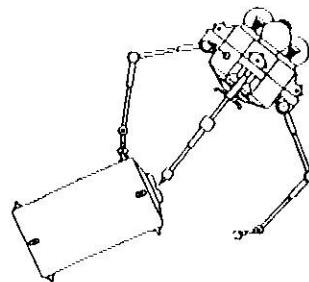


Fig.1 Concept of Free Flying Robot [1]

### 2.3 複数腕を持つフリーフライングロボットの一般化ヤコビ行列の導出

まず, この系の運動学関係を明らかにする。上記のモデルにおいて, アーム  $k$  についてのハンドの位置ベクトル  $p_r^k$  は,

$$p_r^k = r_0 + b_0^k + \sum_{i=1}^{n_k} l_i^k \quad (2)$$

のように表される。これを時間で微分すると, 全ての関節が運動したときのアーム  $k$  のハンドの速度  $v_r^k$  に関する式が得られる。

$$v_r^k = v_0 + \omega_0 \times (p_r^k - r_0) + \sum_{i=1}^{n_k} \{ k_i^k \times (p_r^k - p_i^k) \} \dot{\phi}_i^k \quad (3)$$

また, 全ての関節が運動したときのアーム  $k$  のハンドの角速度  $\omega_n^k$  は,

$$\omega_n^k = \omega_0 + \sum_{i=1}^{n_k} k_i^k \dot{\phi}_i^k \quad (4)$$

と表わされる。 $(3)(4)$  式をあわせて, ハンドの作業変数  $\dot{x}^k = (v_r^k, \omega_n^k)^T$  に関する式を整理すると,

$$\dot{x}^k = J_i^k \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + J_m^k \dot{\Phi} \quad (5)$$

ただし,

$$J_i^k \equiv \begin{bmatrix} E & -P_m \\ 0 & E \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_m^k \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{k}_1^k \times (\mathbf{p}_r^k - \mathbf{p}_1^k), \mathbf{k}_2^k \times (\mathbf{p}_r^k - \mathbf{p}_2^k) \\ \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{k}_1^k, \dots, \mathbf{k}_{n_k}^k \\ \dots, \mathbf{k}_{n_k}^k \times (\mathbf{p}_r^k - \mathbf{p}_{n_k}^k), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0} \\ \dots, \mathbf{k}_{n_k}^k, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

のように、 $\mathbf{v}_0, \omega_0$  および  $\dot{\phi}$  を状態変数として書くことができる。

ここで  $\mathbf{J}_r^k \in R^{6 \times 6}$  はマニピュレータ取付部に対する台座衛星のヤコビ行列であり、 $\mathbf{J}_m^k \in R^{6 \times n}$  は、地上用マニピュレータのヤコビ行列を慣性座標系から記述したものである。

次にこの系の運動量を考える。系の並進運動量および角運動量の総和を  $\mathbf{P}, \mathbf{L}$  とすると、それぞれ

$$\mathbf{P} \equiv m_0 \dot{\mathbf{r}}_0 + \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k \quad (8)$$

$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{I}_0 \omega_0 + \mathbf{r}_0 \times m_0 \dot{\mathbf{r}}_0 + \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \omega_i^k + \mathbf{r}_i^k \times m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k) \quad (9)$$

のように定義される。この2式を  $\mathbf{v}_0, \omega_0, \dot{\phi}$  を状態変数として書き直すと、それぞれ以下のように表わされる。

$$\mathbf{P} = w\mathbf{v}_0 + w\omega_0 \times \mathbf{r}_{0g} + \mathbf{J}_{T_w} \dot{\phi} \quad (10)$$

$$\mathbf{L} = w\mathbf{r}_g \times \mathbf{v}_0 + \mathbf{I}_w \omega_0 + \mathbf{I}_{\phi} \dot{\phi} \quad (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{T_r}^k &\equiv [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{k}_1^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_1^k), \mathbf{k}_2^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_2^k), \dots, \\ &\dots, \mathbf{k}_i^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_i^k), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{J}_{R_r}^k \equiv [\mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{k}_1^k, \mathbf{k}_2^k, \dots, \mathbf{k}_i^k, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \quad (13)$$

$$\mathbf{J}_{T_w} \equiv \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \mathbf{J}_{T_r}^k, \quad (14)$$

$$\mathbf{I}_w = \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k - m_i^k \mathbf{r}_i^k \mathbf{r}_{0g}^k) + \mathbf{I}_0 \quad (15)$$

$$\mathbf{I}_{\phi} \equiv \sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \mathbf{J}_{R_r}^k + m_i^k \mathbf{r}_i^k \mathbf{J}_{T_r}^k) \quad (16)$$

である。

(10)(11) 式をまとめて書くと、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} w\mathbf{U}_3 & -w\bar{\mathbf{r}}_{0g} \\ w\bar{\mathbf{r}}_g & \mathbf{I}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{T_w} \\ \mathbf{I}_{\phi} \end{bmatrix} \dot{\phi} \\ &= \mathbf{H}_s \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_m \dot{\phi} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。

いま、この系に外力が作用せず並進運動量と角運動量の総和が保存され、ともに零であると仮定すると  $(\mathbf{P}^T, \mathbf{L}^T)^T = \mathbf{0}$  である。このとき同式を  $\mathbf{v}_0$  および  $\omega_0$  について解くと、これらはそれぞれ以下のように  $\dot{\phi}$  の式として表わすことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_0 &= \left\{ \frac{1}{w} \mathbf{J}_{T_w} + \bar{\mathbf{r}}_{0g} \mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{I}_m \right\} \dot{\phi} \\ &\equiv -\mathbf{J}_v \dot{\phi} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \omega_0 &= -\mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{I}_m \dot{\phi} \\ &\equiv -\mathbf{J}_\omega \dot{\phi} \end{aligned} \quad (19)$$

ただし、

$$\mathbf{I}_s \equiv \mathbf{I}_w + w\bar{\mathbf{r}}_g \bar{\mathbf{r}}_{0g} \quad (20)$$

$$\mathbf{I}_m \equiv \mathbf{I}_{\phi} - \bar{\mathbf{r}}_g \mathbf{J}_{T_w} \quad (21)$$

である。この  $\mathbf{I}_s \in R^{3 \times 3}$  は慣性座標系の原点まわりに定義される衛星本体の慣性行列であり、正定対称であるから常に逆行列が存在する。また、 $\mathbf{I}_m \in R^{3 \times 3}$  は同様に定義されるマニピュレータの慣性行列である。

(18)(19) 式は、それぞれ台座衛星の並進速度および角速度とマニピュレータの関節角速度を関係づける式であり、マニピュレータの動作の反動により台座衛星がどのような変動を受けるかを記述する重要な基礎式である。

さきの(5)式は宇宙用マニピュレータの運動学の基礎式であり、宇宙用マニピュレータにおいてはハンドの速度はアームの関節駆動のみではなく、台座衛星の運動にも依存していることを示している。この台座衛星の運動は台座衛星に取り付けられた、全

てのアームの運動の反作用の結果生じるものであり、その関係を示しているのが(18)(19)式である。そこで、(5)式に(18)(19)式を用いて、アーム  $k$  について、マニピュレータの関節変数  $\dot{\phi}$  とハンドの作業変数  $\dot{x}$  とを直接に結びつける関係を誘導する。

$$\begin{aligned}\dot{x}^k &= \mathbf{J}_m^k \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + \mathbf{J}_m^k \dot{\phi} \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_v + \tilde{\mathbf{P}}_{0r}^k \mathbf{J}_m \\ -\mathbf{J}_m \end{bmatrix} + \mathbf{J}_m^k \right\} \dot{\phi} \\ &\equiv \mathbf{J}^{*k} \dot{\phi}\end{aligned}\quad (22)$$

ここで  $\mathbf{J}^{*k} \in R^{n \times n}$  がアーム  $k$  についての一般化ヤコビ行列であり、文献[2]に提案されている单アームの一般化ヤコビ行列を、同じ形式で複数アームに拡張したものである。

なお以上では、ロボット本体の姿勢制御を行うアクチュエータは考えていないが、リアクションホイールやCMGのような内力アクチュエータは、独立した腕とみなして取り扱えばよい。

### 3 軌道捕捉制御

#### 3.1 分解加速度制御

マニピュレータ・ハンドの軌道捕捉制御として、分解加速度制御を考える。1本のマニピュレータに対してそれぞれ目標軌道 ( $\ddot{x}_d, \dot{x}_d, x_d$ ) が与えられるものとすると、各関節の目標角加速度は

$$\ddot{\phi}_d = [\mathbf{J}^*]^* \{ \ddot{x}_d + K_1(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_2(x_d - x) - \mathbf{J}^* \dot{\phi} \}$$

$$\mathbf{J}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{*1} \\ \mathbf{J}^{*2} \\ \vdots \\ \mathbf{J}^{*l} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^1 \\ \mathbf{x}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^l \end{bmatrix} \quad (23)$$

$K_1, K_2$ : 速度、位置ゲイン

$\mathbf{A}^*$ :  $\mathbf{A}$  の擬似逆行列

により与えることができる。なお、ここでロボット衛星系の状態量として、慣性座標系に対する衛星姿勢およびマニピュレータ関節の角度・角速度の現在値は、センサにより計測可能であると仮定している。

各関節アクチュエータへの制御トルクは、(23)式より得られる  $\ddot{\phi}_d$  を用いて、逆運動学演算により求められる。

#### 3.2 計算機シミュレーション

2本の6自由度マニピュレータを搭載したフリーフライングロボットを想定し、両手を使って対象物を捕捉する場合を考える。Fig.2にシミュレーションの一例を示す。この場合、ロボット本体の姿勢制御についてはなんら考慮はしていないが、両腕をほぼ対称に動かしているので互いのリアクションがキャンセルされ、ロボット本体の姿勢はほぼ保たれている。このように複数腕を協調して制御することにより、単腕の場合ではみられなかった新たなメリットが生ずることが期待でき、その問題については第2報[3]で詳細に論ずることとする。

### 4 参考文献

- [1] 宇宙におけるロボティクスおよびオートメーション研究フォーラム成果報告書、宇宙環境利用推進センター、1990。
- [2] 梅谷、吉田：“一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用ロボットマニピュレータの分解速度制御”，日本ロボット学会誌、vol.7, No.4, pp.63-73 1989.
- [3] 吉田、曾爪、梅谷：“複数腕を持つフリーフライングロボットの運動制御 その2: 2腕協調による対象物の捕捉制御”，第8回日本ロボット学会学術講演会予稿集、1990。

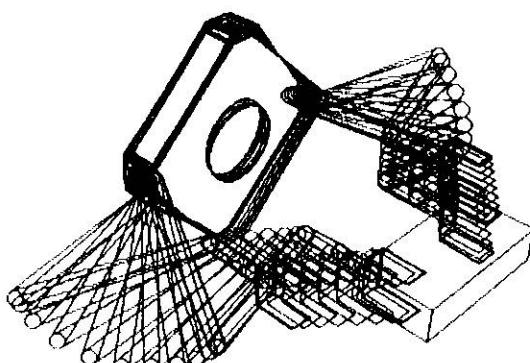


Fig.2 Computer simulation