

# 2202 マニピュレータを有する衛星による浮遊物体の捕捉 (その10:運動学、動力学の統合化計算)

東京工業大学 工学部 梅谷陽二 吉田和哉 ○倉爪 亮

## Capture of Free-Flying Target with Satellite Mounted Manipulator

(Pt.X: Unified Computation of Kinematics and Dynamics)

Tokyo Institute of Technology Yoji UMETANI Kazuya YOSHIDA Ryo KURAZUME

### 1. はじめに

宇宙空間に自由浮遊する足場の無いメカニカル・マニピュレータは、きわめて複雑な挙動を示し、足場が不動であることを前提にして発展してきた従来のマニピュレータの力学では対処できない、制御上の新たな問題を提起している。これに対し、梅谷・吉田[1]は、浮遊するリンク系の力学解析を出発点とした、新しいマニピュレータの運動学を誘導し、「一般化ヤコビ行列 $J^*$ 」を提唱した。これは、浮遊リンク系に対しても、地上固定のリンク系と同じ形式の運動制御法を適用可能とするものであり、 $J^*$ を用いることにより分解速度制御[2]、分解加速度制御[3]あるいは転置ヤコビ行列によるフィードバック制御[4]が可能となることが示されている。

一般化ヤコビ行列 $J^*$ は、リンク系の幾何学的な記述のみならず、慣性テンソル等の動力学的ファクターを含んでいるため、その演算に膨大な手間がかかることが指摘されている。井谷ら[5]は、従来のヤコビ行列との計算量の比較を行い、関節自由度数n=6のときにおよそ10倍の演算回数が必要であることを指摘している。ヤコビ行列の計算のみに注目するならば、これは事実であるが、その原因是 $J^*$ に動力学的因素が含まれているからであり、運動学的演算と動力学的演算との重複を考慮した統合化演算[6]の立場から見ると、その演算はさほど厄介なものではないと考えられる。本論文では、中村らによって確立されている統合化演算[6]の考え方に基づき、自由浮遊するメカニカル・マニピュレータの運動学、動力学演算の総合的な評価を行うことを試みる。

### 2. 運動学と動力学の定式化

#### 2.1 モデリング

ここでは衛星に搭載されたn関節のマニピュレータについて運動学と動力学の定式化を行う。それぞれの関節にはFig.1のように衛星本体側から1からnまで番号がつけられ、関節変数を $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)^T$ とする。また衛星本体には添字記号Sまたは0を用いる。

次に、2つの座標系を定義する。1つは、軌道空間

に固定された慣性座標系 $\Sigma_I$ であり、もう一つは衛星本体の重心に原点を置き、衛星上に固定された座標系 $\Sigma_S$ である。この2つの座標系の関係と、位置、速度ベクトルの定義をFig.2に示す。

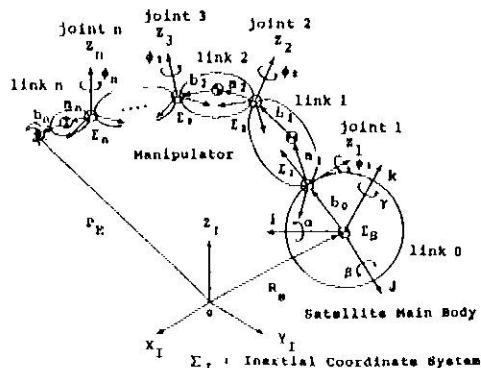


Fig.1 Model of Robot Satellite installed with a manipulator.

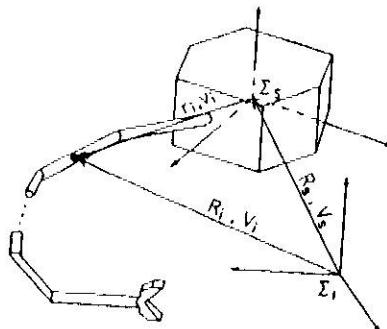


Fig.2 Definition of coordinate systems and vectors.

#### 2.2 運動方程式

$V_S, \Omega_S$ をそれぞれ衛星本体の並進速度、回転角速度とし一般化速度を $\dot{\phi} = (\dot{\phi}^T, V_S^T, \Omega_S^T)^T$ と定めると、この系の運動方程式は、

$$M(\dot{\phi}) \ddot{\phi} + D(\dot{\phi}, \dot{\phi}) \dot{\phi} + V \dot{\phi} = \tau \quad (1)$$

の様に与えられる。宇宙空間に浮遊する系では、 $V_S, \Omega_S$ と $\dot{\phi}$ を独立に定めることができないので、このシステムは非ホロノム系である。

## 2.3 運動量保存則

外力が働く場合には系全体の並進及び角運動量が保存され、その関係式が非ホロノーム拘束条件を有する。いま初期条件として、運動量の和が0と仮定すると、次式が成り立つ。

$$P = \sum_{i=0}^n m_i V_i = 0 \quad (2)$$

$$L = \sum_{i=0}^n (I_i \Omega_i + m_i R_i \times V_i) = 0 \quad (3)$$

これに  $V_i = V_G + V_{\alpha} + \Omega_B \times R_i$ などの関係を代入し整理すると、衛星本体の並進速度、回転角速度と関節変数との関係を表す次の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} V_B \\ \Omega_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{L,B}^{-1}(\mathbf{r}_B \times I_B^{-1} I_m) \\ -I_B^{-1} I_m \end{bmatrix} \dot{\phi} \quad (4)$$

ただし、

$$I_B = \sum (I_i + m_i D(\mathbf{r}_i)) + I_G + wD(\mathbf{r}_G) \quad (5)$$

$$I_m = \sum (I_i J_{A,i} + m_i (\mathbf{r}_B \times |J_{i,A}|) - w |\mathbf{r}_G \times |J_{L,G})$$

である。

## 2.4 一般化ヤコビ行列

以上の結果をミニピュレータの手先の運動に適用すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_B &= J_{L,B}^{-1} \dot{\phi} \\ \Omega_B &= J_{A,B}^{-1} \dot{\phi} \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、

$$J_{L,B}^{-1} = J_{L,B} - J_{L,G} + [(\mathbf{p}_G - \mathbf{r}_G) \times] I_B^{-1} I_m \quad (7)$$

$$J_{A,B}^{-1} = J_{A,B} - I_B^{-1} I_m$$

であり、 $J^* = (J_{L,B}^{-1}, J_{A,B}^{-1})^T$ を一般化ヤコビ行列と呼ぶ。

## 3. 運動学と動力学の統合化計算

上に示した一般化ヤコビ行列の計算、及び分解加速度制御に基づく動力学問題の計算を、統合化計算の考え方に基づいて重複を避けて効率よく行うことを考える。以下に順を追って、各項の計算法を具体的に示す。

### 3.1 D, K, の計算

#### 3.1.1 R\_B, r\_i, p\_i の計算

衛星本体の重心位置  $R_B$ 、および衛星重心からリンク1、関節1へのベクトル  $\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1$ を次式より求める。

$$R_B = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^j m_i / w \right) (\mathbf{b}_{i-1} + \mathbf{a}_i) \quad (8)$$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{r}_{i-1} + \mathbf{b}_{i-1} \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{a}_i \quad (10)$$

ただし、 $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i$ はそれぞれ関節1からリンク1の重心へ、及びそこから関節1+1へのベクトルである。また、手先の位置ベクトル  $\mathbf{p}_G$ は、

$$\mathbf{p}_G = \mathbf{r}_n + \mathbf{b}_n \quad (11)$$

となる。

#### 3.1.2 J\_{L,B}, J\_{A,B}, J\_{L,G}, J\_{A,G} の計算

リンク1についてのヤコビ行列  $J_{L,B}, J_{A,B}$ を次のようにして求める。

$$J_{A,B} = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n, 0, 0, \dots, 0) \quad (13)$$

$$J_{L,B} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n, 0, 0, \dots, 0) \quad (14)$$

ここで、 $Z_i, \beta_i$ は、

$$Z_i = A_i^{-1} Z_1 \quad (15)$$

$$\beta_i = Z_i \times (\mathbf{r}_i - \mathbf{p}_i) \quad (16)$$

であり、 $A_i$ は  $Z_1$  系から  $Z_i$  系への座標変換行列、 $Z_i$  は  $(0, 0, 1)^T$ なる定ベクトルである。手先の運動についてのヤコビ行列も同様に

$$J_{A,G} = J_{A,B} \quad (17)$$

$$J_{L,G} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \quad (18)$$

と求められる。ただし

$$\beta_i = Z_i \times (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}_i) \quad (19)$$

である。

### 3.1.3 $r_{\alpha}, J_{L,G}, v_G$ の計算

$Z_B$  系から見た系全体重心の位置ベクトル  $\mathbf{r}_G$ 、ヤコビ行列  $J_{L,G}$ 、並進速度  $v_G$ は、次のようにして求められる。

$$\mathbf{r}_G = R_B - R_S \quad (20)$$

$$J_{L,G} = \sum m_i J_{L,i} / w \quad (21)$$

$$v_G = J_{L,G} \dot{\phi} \quad (22)$$

ただし、 $R_S$ は慣性座標系での系の重心位置である。

#### 3.1.4 $I_B, I_m$ の計算

(5)式に現れる  $I_B, I_m$ を計算する。ただし、

$$[\mathbf{r} \times] = \begin{pmatrix} 0 & -r_y & r_x \\ r_x & 0 & -r_z \\ -r_y & r_z & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$D(r) = [\mathbf{r} \times]^T [\mathbf{r} \times] \quad (24)$$

である。

### 3.1.5 $V_B, \Omega_B$ の計算

(4), (5), (20), (21)式の結果を用いて、衛星本体の並進速度  $V_B$ 、並進角速度  $\Omega_B$ を次のようにして求める。

$$\Omega_B = -I_B^{-1} I_m \dot{\phi} \quad (25)$$

$$V_B = -\mathbf{v}_G - \Omega_B \times \mathbf{r}_G \quad (26)$$

#### 3.1.6 $J_{L,B}, J_{A,B}$ の計算

一般化ヤコビ行列  $J_{L,B}, J_{A,B}$ 、手先の速度  $\mathbf{v}_G, \Omega_B$ は (7), (6)式により計算される。

#### 3.2 D, K, の計算

加速度分解制御の考え方に基づき、各関節での回転角加速度  $\dot{\phi}$ を次式により求める。

$$\dot{\phi} = \begin{pmatrix} J_{L,B}^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{P}_d \\ \dot{\Omega}_d \end{pmatrix} + K_1 \begin{pmatrix} P_d - \dot{P}_B \\ \Omega_d - \Omega_B \end{pmatrix} + K_2 \begin{pmatrix} P_d - P_E \\ Err(E_d, E_B) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} J_{L,B}^{-1} \dot{\phi} \\ J_{A,B}^{-1} \dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (27)$$

ここで、 $P_d, \dot{P}_d, P_a, \dot{P}_a, \Omega_d, \Omega_a, E_d, E_B$ は指合値、 $P_E, \dot{P}_E, K_1, K_2$ はゲイン定数である。

### 3.2.1 $\dot{\mathbf{J}}\dot{\phi}$ の計算

$\dot{\mathbf{J}}\dot{\phi}$  は、 $\dot{\phi}=0$  の時の手先の加速度と等しくなることが知られている。また、 $\dot{\phi}=0$  の時の  $\Sigma_B$  系での各リンクの速度  $\mathbf{v}_i$ ,  $\omega_i$ , 加速度  $\dot{\mathbf{v}}_i$ ,  $\dot{\omega}_i$ , 手先及び重心の並進加速度  $\dot{\mathbf{v}}_B$ ,  $\dot{\mathbf{v}}_G$  を  $i=1$  から  $n$  について順々に求めていき、次に衛星本体の加速度を次式により求める。

$$\ddot{\mathbf{v}}_B = \mathbf{I}_B^{-1} [ - \sum (I_i \dot{\omega}_i + \Omega_i \times (I_i \Omega_i) + m_i (\mathbf{r}_i \times \dot{\mathbf{v}}_i')) + \Omega_B \times (I_B \Omega_B) ] \quad (28)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_B = - (\dot{\mathbf{v}}_G + 2 \Omega_B \times \mathbf{v}_G + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{r}_G) + \dot{\Omega}_B \times \mathbf{r}_G) \quad (29)$$

ただし、

$$\dot{\mathbf{v}}_i' = \dot{\mathbf{v}}_i + 2 \Omega_B \times \mathbf{v}_i + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{r}_i) + \dot{\mathbf{V}}_B' \quad (30)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_B' = - (\dot{\mathbf{v}}_G + 2 \Omega_B \times \mathbf{v}_G + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{r}_G)) \quad (31)$$

である。これにより  $\dot{\mathbf{J}}_L^* \dot{\phi}$ ,  $\dot{\mathbf{J}}_A^* \dot{\phi}$  は次のようにして求められる。

$$\dot{\mathbf{J}}_L^* \dot{\phi} = \dot{\mathbf{v}}_B + 2 \Omega_B \times \mathbf{v}_B + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{p}_B) + \dot{\Omega}_B \times \mathbf{p}_B + \dot{\mathbf{V}}_B \quad (32)$$

$$\dot{\mathbf{J}}_A^* \dot{\phi} = \dot{\Omega}_B + \dot{\omega}_B + \Omega_B \times \omega_B \quad (33)$$

### 3.3.1. D. の計算（オイラー・ニュートン法）

ここでは、一般的に最も効率的であるとされているオイラー・ニュートン法により I.D. の計算を行う。

#### 3.3.1 $\mathbf{v}_i, \Omega_i$ の計算

L.K. の計算によって求められた  $\dot{\phi}$  と  $\Sigma_B$  系での各リンクの速度  $\mathbf{v}_i$ ,  $\omega_i$  を用いて、加速度  $\dot{\mathbf{v}}_i$ ,  $\dot{\omega}_i$ , 手先及び重心の並進加速度  $\dot{\mathbf{v}}_B$ ,  $\dot{\mathbf{v}}_G$ , 衛星本体の加速度  $\dot{\mathbf{v}}_B$ ,  $\dot{\Omega}_B$  を計算し、次に  $\Sigma_A$  系での角速度  $\Omega_i$ , 加速度  $\dot{\mathbf{v}}_i$ ,  $\dot{\Omega}_i$  を次式により求める。

$$\Omega_i = \Omega_B + \omega_i \quad (34)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_i = \dot{\mathbf{v}}_i + 2 \Omega_B \times \mathbf{v}_i + \Omega_B \times (\Omega_B \times \mathbf{r}_i) + \dot{\Omega}_B \times \mathbf{r}_i + \dot{\mathbf{v}}_B \quad (35)$$

$$\dot{\Omega}_i = \dot{\Omega}_B + \dot{\omega}_i + \Omega_B \times \omega_i \quad (36)$$

### 3.3.2 $\tau$ の計算

各関節で発生すべきトルク  $\tau_i$  はオイラー・ニュートン法の手順により次式のようにして求められる。まず、 $i=n$  から  $0$  への逆方向計算として、

$$\mathbf{F}_i = m_i \dot{\mathbf{v}}_i \quad (37)$$

$$\mathbf{N}_i = I_i \dot{\Omega}_i + \Omega_i \times (I_i \Omega_i) \quad (38)$$

を求め、次いで  $i=0$  から  $n$  の順方向計算により、

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{F}_i \quad (39)$$

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_{i+1} + \mathbf{l}_i \times \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{a}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i \quad (40)$$

$$\tau_i = \mathbf{n}_i^T \mathbf{Z}_i \quad (41)$$

が得られる。

### 3.4.1. D. の計算（慣性行列による解法）

I.D. の近似別解として慣性行列を用いる方法を考える。(1)式の運動方程式において、速度  $\mathbf{v}$  の乗項を無視して、(4)式を用いて  $\dot{\phi}$  より  $\mathbf{v}_B$ ,  $\Omega_B$  を消去すると次式を得る。

$$\tau = \mathbf{H}(\phi)^* \ddot{\phi} \quad (42)$$

ここで、

$$\mathbf{H}^* = \mathbf{H} - \mathbf{w} \mathbf{J}_{LG}^T \mathbf{J}_{LG} - \mathbf{I}_m^T \mathbf{I}_B^{-1} \mathbf{I}_m \quad (43)$$

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{J}_{Ai}^T \mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ai} + m_i \mathbf{J}_{Li}^T \mathbf{J}_{Li}) \quad (44)$$

である。このように、 $\mathbf{H}^*$  の計算には運動学演算で使用した  $\mathbf{J}_L$ ,  $\mathbf{I}_m$  等を再利用するので、トルク  $\tau$  を求める際に、オイラー・ニュートン法による場合よりも演算回数が少なくて済む可能性があると予想される。

	generalized Jacobian matrix		conventional Jacobian matrix	
	div. & mul.	add. & sub.	div. & mul.	add. & sub.
D. K. (J)	$13 \cdot 5n^3 + 169 \cdot 5n + 159$ (1662)	$13 \cdot 5n^3 + 145 \cdot 5n + 87$ (1446)	$46n-24$ (252)	$30n-24$ (156)
	$13 \cdot 5n^3 + 160 \cdot 5n + 147$ (1596)	$13 \cdot 5n^3 + 123 \cdot 5n + 84$ (1311)	$40n-24$ (216)	$24n-18$ (126)
L. K.	$108n+105$ (753)	$102n+125$ (737)	$12n-6$ (66)	$15n-15$ (75)
I. D. A	$162n+114$ (1086)	$153n+75$ (993)	$100n-6$ (594)	$91n-16$ (530)
	$3n^3+16n^2+6n$ (1260)	$2n^3+12n^2+4n$ (888)		

(+) ... in case of  $n = 6$

Table 1 Number of Computations

#### 4. 計算量の評価とシミュレーション

上記の方法による統合化計算の演算量をTable 1に整理する。一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用マニピュレータの場合を同表の左側に示し、文献[6]に記されている地上用マニピュレータの場合を右側に示す。D.K.の演算のうち( $J$ )と書かれている欄は、ヤコビ行列の計算に必要な内数を示している。また、I.D.でA,Bと書かれた欄はそれぞれ、3.3,3.4節に述べた計算法によるものであり、地上用マニピュレータに対しては方法Aのみを示す。

同表より次の各点が明らかとなった。

(1) まずヤコビ行列の計算量を比較してみると、 $n=6$ の場合、一般化ヤコビ行列では乗算1596回、加減算1311回、地上用ヤコビ行列では各々216回、126回と、一般化ヤコビ行列を求めるためにはおよそ8から10倍の演算回数が必要なことが解る。

(2) 次に、運動学と動力学を統合した演算量を比較してみると(I.D.はA欄の場合)。 $n=6$ の場合、宇宙用マニピュレータに対しては乗算3501回、加減算3176回、地上用マニピュレータ行列では各々912回、761回となる。宇宙用マニピュレータでは、衛星本体の3次元運動を含めてきわめて複雑な運動を計算しているため、演算量が多くなることは止むを得ないが、統合化計算を考えることにより総量として演算回数を4倍程度に抑えることが可能である。

(3) 宇宙用マニピュレータのI.D.のA,B欄を比較する。慣性行列を計算する方法によると、3.4節に述べたように各要素の値を再利用することができるが、しかしながら行列同士の乗算を行わなければならないため演算回数は $n^2$ のオーダーとなる。 $n=6$ 以上の場合にはオイラー・ニュートン法が良く、 $n=5$ 以下の場合は、速度二乗項を無視した近似解しか得られないが、慣性行列による方法が演算回数が少なくて済む。

$n=2$ とした場合のシミュレーションの一例をFig.3、Fig.4に示す。手先加速度の絶対値 $0.4\text{m/s}^2$ 、最大速度

$0.8\text{m/s}$ としている。Fig.3における実線はオイラー・ニュートン法によって計算された関節トルク、点線は慣性行列によるものであり、その差は速度二乗項を無視したことによる誤差である。

#### 5. 結論

本研究では、宇宙用マニピュレータの運動学および動力学の統合化計算法を示し、それに必要な演算回数を明らかにした。一般化ヤコビ行列の計算には地上用ヤコビ行列の10倍近い演算が必要であるが、動力学を含めた統合化計算の総演算量は、地上用マニピュレータの約4倍であることが明らかとなった。

#### 参考文献

- [1] Y.Umetani, K.Yoshida; "Continuous Path Control of Space Manipulators Mounted on OMV", Acta Astronautica, 15-12, pp.981-986, 1987.
- [2] Y.Umetani, K.Yoshida; "Resolved Motion Rate Control of Space Manipulators with Generalized Jacobian Matrix", IEEE Trans. Robotics Automation, 5-3, 1989.
- [3] 土屋ほか;"宇宙用マニピュレータシステムの動力学と制御", ロボティクス・自動化システムシンポジウム講演論文集(SICE), pp.63-68, 1988.
- [4] 升谷, 宮崎, 有本;"宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御", 日本ロボット学会第5回学術講演会予稿集, pp.245-248, 1987.
- [5] 升谷, 宮崎, 有本;"近似ヤコビ行列を用いた宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御", 第31回自動制御連合講演会, pp.321-322, 1988.
- [6] 中村ほか;"ロボットマニピュレータの運動学と動力学の統合化計算", SICE論文集 vol.23, No.6, pp.71-78, 1987.

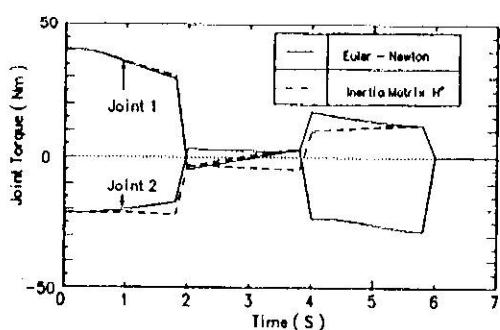


Fig.3 Computed joint torque.

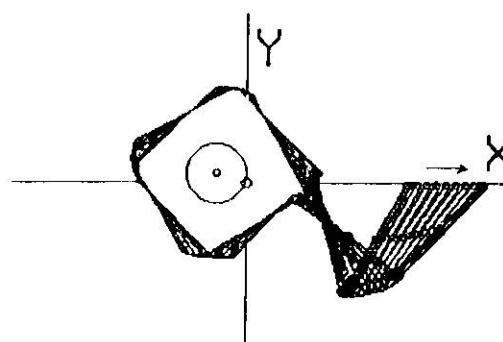


Fig.4 Course of postural change.