

# 四足歩行機械の拡張左右揺動歩容

## Generalized sideway sway compensation trajectory for quadruped waking robot

○ 正倉 亮 (東工大)      正米田 完 (東工大)      正広瀬 茂男 (東工大)

Ryo Kurazume, Kan Yoneda, and Shigeo Hirose  
Tokyo Institute of Technology, 2-12-1, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo

We have proposed the sideway sway compensation trajectory for quadruped waking robot. This method uses the lateral motion of robot body so as to keep a zero momentum point (ZMP) on a diagonal line between supporting feet, and thus, the robot maintains dynamic walking stably. In this paper, we apply this idea to the longitudinal and vertical motion of robot body, and propose an optimum body trajectory that minimizes energy consumption.

Keywords: Quadruped robot, Dynamic walking, ZMP, Lateral motion, Energy efficiency

### 1 はじめに

我々はこれまでに、四足歩行機械による安定した動歩行を実現するための手法として、歩行機械の重心軌道を進行方向に対して左右方向に揺動させ、ZMPを滑らかに支持脚対角線上を移動させる「左右揺動歩容」を提案してきた [1].

本報告では、この「左右揺動歩容」の概念を、前後方向あるいは上下方向への揺動を含む形式へ拡張した「拡張左右揺動歩容」を提案し、これにより従来の左右揺動歩容に比べて歩行に要する消費エネルギーを小さくできる可能性があることを示す。

### 2 拡張左右揺動歩容

#### 2.1 従来の左右揺動歩容

まず、従来の左右揺動歩容の定式化を行う。ただしここではロボットは質点と考え、その位置を  $(x_g, y_g, z_g)$  とする。いま地面からの高さを  $z_g$  が一定であるとする、床面上の ZMP の位置  $(x_z, y_z, 0)$  は、

$$\begin{pmatrix} x_z \\ y_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} \ddot{x}_g \\ \ddot{y}_g \end{pmatrix} \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 $A = \frac{z_g}{g}$  である。また、支持脚対角線を

$$\cos \theta x + \sin \theta y = d \quad (2)$$

とすると、この上に ZMP が存在するためには、重心位置は

$$\cos \theta (x_g - A\ddot{x}_g) + \sin \theta (y_g - A\ddot{y}_g) = d \quad (3)$$

を満たさなくてはならない。

ここで進行方向を  $x$  軸方向とし、進行方向への重心の移動加速度は一定であると仮定する。すなわち

$$x_g = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \quad (4)$$

として、これを Eq. (3) に代入して整理すると、

$$\cos \theta (x_0 - Aa + vt + \frac{1}{2}at^2) + \sin \theta (y_g - A\ddot{y}_g) = d \quad (5)$$

となり、この非斉次微分方程式の解  $y_g$  は、

$$y_g - A\ddot{y}_g = 0 \quad (6)$$

の解、すなわち、

$$y_g = C_1^y e^{\frac{t}{\sqrt{A}}} + C_2^y e^{-\frac{t}{\sqrt{A}}} \quad (7)$$

と、Eq. (5) を満たす特殊解の和で与えられる。そこで特殊解の一般形を時間  $t$  の多項式とし、解軌道が以下の式で与えられると仮定する。

$$y_g = C_1^y e^{\frac{t}{\sqrt{A}}} + C_2^y e^{-\frac{t}{\sqrt{A}}} + a_2^y t^2 + a_1^y t + a_0^y \quad (8)$$

軌道の連続性 ( $\dot{y}_{g,t=0} = \dot{y}_{g,t=\frac{T}{2}} = 0$ ,  $y_{g,t=0} = -y_{g,t=\frac{T}{2}}$ ) を境界条件とし、Eq. (5) に代入して整理すると

$$C_1^y = \sqrt{A} \cot \theta \frac{T \frac{a}{2} + (1 - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})v}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} \quad (9)$$

$$C_2^y = \sqrt{A} \cot \theta \frac{T \frac{a}{2} + (1 - e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}})v}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} \quad (10)$$

$$a_2^y = -a \cot \theta \quad (11)$$

$$a_1^y = -v \cot \theta \quad (12)$$

$$a_0^y = -x_0 \cot \theta + d \csc \theta \quad (13)$$

$$x_0 = \frac{d}{\cos \theta} + \frac{1}{4} \left( \frac{\sqrt{AT} (e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} + e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}} + 2)}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} - \frac{T^2}{4} \right) a - \frac{T}{4} v \quad (14)$$

が得られる。ただし、 $T$  は歩行周期である。これは本体を左右方向に揺動させ、ZMP を常に支持脚対角線上に保つ重心軌道であり、この軌道を実現する歩容を「左右揺動歩容」と呼ぶ [1].

#### 2.2 前後左右揺動歩容

上述した従来の左右揺動歩容を、進行方向への揺動も含む形式へ拡張する。すなわち、Eq. (3) を  $x, y$  方向の 2 つの非斉次方程式に分解し、前項と同様にそれぞれの解軌道を Eq. (8) 及び次式で与えられると仮定する。

$$x_g = C_1^x e^{\frac{t}{\sqrt{A}}} + C_2^x e^{-\frac{t}{\sqrt{A}}} + a_2^x t^2 + a_1^x t + a_0^x \quad (15)$$

軌道の連続性を境界条件として、Eq. (5) に代入して整理すると、 $a_2^x, a_1^x$  をパラメータとする以下の式が得られる。

$$C_1^x = - \frac{(T^2 + 4\sqrt{AT})a_2^x + 2Ta_1^x - 2L}{8(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - 1)} \quad (16)$$

$$C_2^x = -\frac{(T^2 - 4\sqrt{AT})a_2^x + 2Ta_1^x - 2L}{8(e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}} - 1)} \quad (17)$$

$$C_1^y = \sqrt{A} \cot \theta \frac{Ta_2^x + (1 - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})a_1^x}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} \quad (18)$$

$$C_2^y = \sqrt{A} \cot \theta \frac{Ta_2^x + (1 - e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}})a_1^x}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} \quad (19)$$

$$a_2^y = -a_2^x \cot \theta \quad (20)$$

$$a_1^y = -a_1^x \cot \theta \quad (21)$$

$$a_0^y = -a_0^x \cot \theta + d \csc \theta \quad (22)$$

$$a_0^x = \frac{d}{\cos \theta} + \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{AT}(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} + e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}} + 2)}{(e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}} - e^{-\frac{T}{2\sqrt{A}}})} - \frac{T^2}{4} \right) a_2^x - \frac{T}{4} a_1^x \quad (23)$$

ただし  $L$  は一周期  $T$  での移動距離である．

### 2.3 前後左右上下揺動歩容

さらに上式を上下方向への揺動も含む形式へ拡張する． $A = \frac{z_g}{g+z_g}$  を考慮し，上下方向への一般解が次式で与えられると仮定する．

$$z_g = C_1^z e^{\frac{t}{\sqrt{A}}} + C_2^z e^{-\frac{t}{\sqrt{A}}} + A g \quad (24)$$

ただしここで  $A$  は任意の定数である．これに軌道の連続性を境界条件として整理すると， $A$  をパラメータとする以下の式が得られる．

$$C_1^z = -\frac{Ag - H}{1 + e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}}} \quad (25)$$

$$C_2^z = -\frac{(Ag - H)e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}}}{1 + e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}}} \quad (26)$$

ただし  $H$  は  $t = 0, \frac{T}{2}$  での高さである．

### 2.4 重心軌道の計算例

一例として，それぞれの場合に対して， $T = 1[s], L = 0.2[m]$  の場合の本体軌道を Fig. 1 に示す．Fig. 1 上図は床面 ( $xy$  平面) に投影した軌道，下図は横方向からみた軌道であり，それぞれ次項で示す加速度二乗和を最小にする軌道である．このように前後方向への揺動により，左右方向の揺動量が減少できることがわかる．

## 3 加速度二乗和による比較

提案した歩容と従来の左右揺動歩容に対し，計算機シミュレーションにより，同一の歩行周期，移動速度に対して軌道全体の加速度二乗和を最小にする軌道

$$|a|^2 = \min_{a_1^x} \int_0^{\frac{T}{2}} (\ddot{x}_g^2 + \ddot{y}_g^2 + \ddot{z}_g^2) dt \quad (27)$$

を求める．ただし，ここでは定常歩行 ( $a_2^x = 0$ ) を考える．Table 1 に， $T = 1[s], H = 0.2[m], L = 0.2[m], \theta = 30[deg], d = 0$  の場合のシミュレーション結果を示す．このように前後方向へだけでなく，左右あるいは上下方向へ本体を揺動させることにより，歩行に必要な消費エネルギーを小さくできる可能性がある．なお，前後方向の

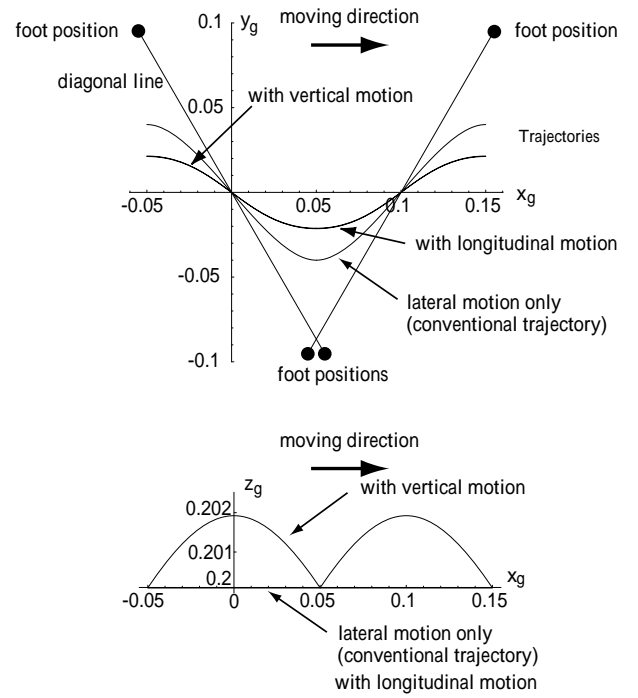


Figure 1: Trajectories of robot body

Table 1: Minimum square acceleration

	lateral	longitudinal	vertical
$ a ^2$	0.623	0.334	0.331
$a_1^x$	0.1	0.106	0.107
$A$	0.0204	0.0204	0.0207

揺動へ拡張した場合には，軌道全体の加速度二乗和を最小にするパラメータ  $a_1^x$  は，以下のように解析的に求められる．

$$a_1^x = \frac{(1 + e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}})^2 LT}{(1 + e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}})^2 T^2 + 16A(-1 + e^{\frac{T}{2\sqrt{A}}})^2 \cot^2 \theta} \quad (28)$$

## 4 おわりに

本報告では，これまでに我々が提案した四足歩行機械のための左右揺動歩容を，前後方向あるいは上下方向への揺動も含む形式へ拡張した拡張左右揺動歩容を提案し，計算機シミュレーションにより従来手法に比べて消費エネルギーを小さくできる可能性があることを示した．

## References

- [1] 広瀬茂男, 米田完, 4足歩行機械の静動融合歩容とその連続軌道生成, 日本ロボット学会誌, Vol.9, No.3, pp.267-275, (1991).